

Roll No. ...
Total No. of Questions : 11] [Total No. of Printed Pages : 12

RJ-392

M.Sc. 1st Semester, Examination- 2018
COMPUTER SCIENCE
(New)

Paper-MSCS-101

Discrete Mathematics Structures

Time : 3 hours] [Maximum marks : 85

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Note : All questions are compulsory.

खण्ड—अ/Section A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न/ Objective Type Questions

नोट: वस्तुनिष्ठ प्रकार के 15 प्रश्न (1 अंक प्रत्येक)। $15 \times 1 = 15$

Note: Objective type 15 questions of 1 mark each. $15 \times 1 = 15$

1. सही उत्तर का चयन कीजिए:

Choose the correct answer:

- (i) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ तुल्यमान है:
 (अ) $(P \vee Q) \rightarrow R$
 (ब) $(P \wedge Q) \rightarrow R$
 (स) $(P \vee Q) \rightarrow \neg R$
 (द) इनमें से कोई नहीं

$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ is equivalent to:

- (a) $(P \vee Q) \rightarrow R$
 (b) $(P \wedge Q) \rightarrow R$
 (c) $(P \vee Q) \rightarrow \neg R$
 (d) None of these

(ii) $\neg(P \rightarrow Q)$ तुल्यमान है:

- (अ) $P \wedge \neg Q$ से
 (ब) $P \wedge Q$ से
 (स) $\neg P \vee Q$ से
 (द) इनमें से कोई नहीं

$\neg(P \rightarrow Q)$ is equivalent to:

- (a) $P \wedge \neg Q$
 (b) $P \wedge Q$
 (c) $\neg P \vee Q$
 (d) None of these

(iii) $P \wedge Q$ सत्य है यदि तथा केवल यदि P तथा Q दोनों सत्य हैं।
(सत्य/असत्य)

$P \wedge Q$ is true if and only if both P and Q are true:
(True/False)

(iv) रिक्त समुच्चय के घात समुच्चय के यथार्थतः
उपसमुच्चय होते हैं।

- (अ) एक
 (ब) दो
 (स) शून्य
 (द) तीन

Power set of empty set has exactly _____ subsets.

- (a) One
 (b) Two
 (c) Zero
 (d) Three

(v) $A = \{1, 2\}$ तथा $B = \{a, b\}$ का कार्टेसियन गुणनफल क्या है?

- (अ) $\{(1, a), (1, b), (2, a), (b, b)\}$
- (ब) $\{(1, 1), (2, 2), (a, a), (b, b)\}$
- (स) $\{(1, a), (2, a), (1, b), (2, b)\}$
- (द) $\{(1, 1), (a, a), (2, a), (1, b)\}$

What is the Cartesian product of $A = \{1, 2\}$ and $B = \{a, b\}\text{?}$

- (अ) $\{(1, a), (1, b), (2, a), (b, b)\}$
- (ब) $\{(1, 1), (2, 2), (a, a), (b, b)\}$
- (स) $\{(1, a), (2, a), (1, b), (2, b)\}$
- (द) $\{(1, 1), (a, a), (2, a), (1, b)\}$

(vi) समुच्चयों का संघ कभी भी क्रम-विनिमेय नहीं होता है।
(सत्य/असत्य)

Union of sets is never commutative.

(True/False)

(vii) सामान्य गुणात्मक संक्रिया के अधीन सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय एक समूह नहीं है, क्योंकि:

- (अ) गुणा एक द्विपद संक्रिया नहीं है
- (ब) गुणा सहचारी नहीं है
- (स) तत्समक तत्व मौजूद नहीं है
- (द) शून्य का व्युत्क्रम नहीं है

The set of all real numbers under the usual multiplication operation is not a group since:

- (a) multiplication is not a binary operation
- (b) multiplication is not associative
- (c) identity element does not exist
- (d) zero has no inverse

(viii) प्रतिलोम पोलिश संकेतन में, $A*B+C*D$ को लिखा जाता है:

- (अ) $AB*CD^{*+}$ के रूप में
- (ब) $A*BCD^{*+}$ के रूप में
- (स) $AB*CD+^{*}$ के रूप में
- (द) $A*B*CD+$ के रूप में

In Reverse Polish notation, expression $A*B+C*D$ is written as: <http://www.onlinebu.com>

- (a) $AB*CD^{*+}$
- (b) $A*BCD^{*+}$
- (c) $AB*CD+^{*}$
- (d) $A*B*CD+$

(ix) एक समूह में किन्हीं दो उपसमूहों का प्रतिच्छेद भी G का एक उपसमूह होता है।
(सत्य/असत्य)

The intersection of any two subgroups of a group is also a subgroup of G.
(True/False)

- (x) यदि B एक बूलीय बीजगणित है, तब निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है?
 - (अ) B एक परिमित परन्तु गैर-पूरकित जालक है
 - (ब) B एक परिमित, पूरकित तथा वितरणात्मक जालक है

- (स) B एक परिमित, वितरणात्मक परन्तु गैर-पूरकित जालक है।
 (द) B वितरणात्मक जालक नहीं है।

If B is a Boolean Algebra, then which of the following is true?

- (a) B is a finite but not complemented lattice
 - (b) B is a finite, complemented and distributive lattice
 - (c) B is a finite, distributive but not complemented lattice
 - (d) B is not distributive lattice

(xi) अवशोषण नियम को परिभाषित किया जाता है:

- (अ) $a * (a * b) = b$ के रूप में
 (ब) $a * (a + b) = b$ के रूप में
 (स) $a * (a * b) = a + b$ के रूप में
 (द) $a * (a + b) = a$ के रूप में

The absorption law is defined as:

- (a) $a * (a * b) = b$
 (b) $a * (a + b) = b$
 (c) $a * (a * b) = a + b$
 (d) $a * (a + b) = a$

(xii) एक वितरणात्मक जालक का द्वैत एक वितरणात्मक जालक है।
(सत्य/असत्य)

Dual of a distributive lattice is a distributive lattice.
(True/False)

- (xiii) एक अनिर्देशित ग्राफ में, विषम डिग्री के साथ नोडों की संख्या होनी चाहिए:

In an undirected graph, the number of nodes with odd degree must be:

(xiv) किसी ग्राफ के एक शीर्ष को सम अथवा विषम कहना निर्भर करता है:

- (अ) ग्राफ में किनारों की कुल संख्या के सम या विषम होने पर
 - (ब) ग्राफ में शीर्षों की कुल संख्या के सम अथवा विषम होने पर
 - (स) इसकी डिग्री के सम या विषम होने पर
 - (द) इनमें से कोई नहीं

A vertex of a graph is called even or odd depending on:

- (a) Total number of edges in a graph is even or odd
 - (b) Total number of vertices in a graph is even or odd
 - (c) Its degree is even or odd
 - (d) None of these

(xv) एक पृथक्कृत शीर्ष की डिग्री 1 है। (सत्य/असत्य)

Degree of an isolated vertex is 1. (True/False)

खण्ड—ब/Section B

लघु उत्तरीय प्रश्न/Short Answer Type Questions

नोट: लघूतरीय प्रकार के 5 प्रश्न (5 अंक प्रत्येक), आंतरिक विकल्प सहित। $5 \times 5 = 25$

Note: Short answer type 5 questions of 5 marks each with Internal choice. $5 \times 5 = 25$

संकेतनों तथा उदाहरण सहित एक वर्णमाला पर भाषा तथा व्याकरण की व्याख्या कीजिए।

Explain Languages and Grammar over an alphabet with notations and example. <http://www.onlinebu.com>

अथवा/or

यदि p = “वह गरीब है” तथा q = “वह मेहनती है”, तब निम्नलिखित कथनों को संकेतों में (अर्थात् तर्कशास्त्र की भाषा में) लिखिए:

- i) वह गरीब तथा मेहनती है
- ii) वह गरीब है परन्तु मेहनती नहीं
- iii) यह असत्य है कि वह गरीब अथवा मेहनती है
- iv) ना तो वह गरीब है न ही वह मेहनती है
- v) यह सत्य नहीं है कि वह गरीब नहीं है अथवा वह मेहनती नहीं है

If p = 'he is poor' and q = 'he is laborious', then write down the following statements in symbols (i.e. in the language of logic):

- i) He is poor and laborious
- ii) He is poor but not laborious
- iii) It is false that he is poor or laborious
- iv) Neither he is poor nor he is laborious
- v) It is not true that he is not poor or is not laborious

3/

सिद्ध कीजिए कि $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

Prove that $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

अथवा/or

समुच्चयों से आपका क्या तात्पर्य है? उनके प्रकारों तथा संक्रियाओं की व्याख्या कीजिए।

What do you mean by sets? Explain their types and operations.

4.

दिखाइए कि एक समूह के प्रत्येक तत्व का प्रतिलिप्त अद्वितीय है।

Show that the inverse of each element of a group is unique.

अथवा/or

सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{0, 1, 2, 3\}$ रचनाओं के रूप में योग मॉड्यूलो 4 के अधीन एक समूह है।

Prove that the set $\{0, 1, 2, 3\}$ is a group under addition modulo 4 as the composition.

5. यदि N एक गैर-रिक्त समुच्चय है तथा वहाँ एक सम्बन्ध ' $x \leq y$ ' है जिसका अर्थ x, y को विभाजित करता है। दिखाइए कि N एक जालक है जहाँ मिलना (^) तथा जुड़ना (v) क्रमशः परिभाषित है: $x^y = \text{H.C.F.}(x, y)$ द्वारा तथा $x v y = \text{L.C.M.}(x, y)$ द्वारा।
If N is non-empty set, and there is a relation ' $x \leq y$ ' meaning x divides y. Show that N is a lattice where the meet(^) and the join(v) are respectively defined by:
 $x^y = \text{H.C.F.}(x, y)$ and $x v y = \text{L.C.M.}(x, y)$

अथवा/or

निम्नलिखित बूलीय व्यंजकों को सरलीकृत कीजिए:

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_1' x_2' x_3' + x_1' x_2 x_3' + x_1 x_2 x_3' + x_1 x_2' x_3$$

Simplify the following Boolean expression:

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_1' x_2' x_3' + x_1' x_2 x_3' + x_1 x_2 x_3' + x_1 x_2' x_3$$

सिद्ध कीजिए कि एक ग्राफ में सभी शीर्षों की डिग्री का योगफल किनारों की संख्या के दोगुने के बराबर है।

Prove that the sum of the degrees of all vertices in a graph is equal to twice the number of edges.

अथवा/or

सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों वाले एक सामान्य ग्राफ में किनारों की अधिकतम संख्या $n(n-1)/2$ है।

Prove that maximum number of edges in a simple graph with n vertices is $n(n-1)/2$.

खण्ड-स/Section C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न/Long Answer Type Questions

नोट: दीर्घ उत्तरीय प्रकार के 5 प्रश्न (9 अंक प्रत्येक), आंतरिक विकल्प सहित। $5 \times 9 = 45$

Note: Long answer type 5 questions of 9 marks each with Internal choice. $5 \times 9 = 45$

✓. पुनरुक्ति को सिद्ध कीजिए (कोई दो):

- अ) $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$
- ब) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
- स) $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$

Prove Tautology (any two):

- अ) $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$
- ब) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
- स) $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$

दिखाइए कि प्रतिचित्रण $f: N \rightarrow N$ जो $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित है एक-एक में है, जहाँ N प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है।

Show that the mapping $f: N \rightarrow N$ defined by $f(x) = x^2$ is one-one into, where N is the set of natural numbers.

अथवा/or <http://www.onlinebu.com>

दो समुच्चयों के संघ, प्रतिच्छेद, अंतर तथा सममितीय अंतर के लिए वेन चित्रों को चित्रित कीजिए तथा व्याख्या कीजिए।

Draw and explain the venn diagrams for union, intersection, difference and symmetric difference of two sets.

9. दिखाइए कि एकत्र के घन मूलों का समुच्चय गुणन के संदर्भ सहित एक अबेलियन समूह है।

Show that the set of cube roots of unity is an abelian group with respect to multiplication.

अथवा/or

दिखाइए कि सभी पूर्णांकों I का समुच्चय, नियम $a^*b=a+b+1$ सभी $a,b \in I$ के लिए द्वारा परिभाषित द्विपद संक्रिया '*' सहित एक समूह बनाता है।

Show that the set of all integers I forms a group with the binary operation '*' defined by the rule:

$$a^*b=a+b+1 \text{ for all } a,b \in I.$$

POSETs तथा जालकों के संदर्भ में समापन, क्रम विनिमेय, सहचारी तथा अवशोषण नियमों की व्याख्या कीजिए।

Explain closure, commutative, associative and absorption laws in context of POSETs and Lattices.

अथवा/or

X एक समुच्चय है तथा $P = 2^X$, अर्थात् X के सभी उपसमुच्चयों का परिवार है। मान लें P समुच्चय समावेश \subset द्वारा क्रमित है। दिखाइए कि (P, \subset) एक जालक है, जहाँ मिलान \wedge तथा जुड़ना V क्रमशः परिभाषित हैं:

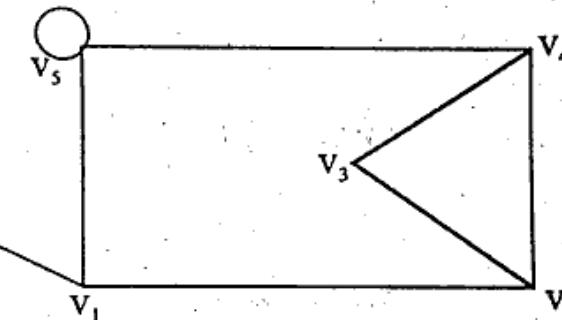
$A \wedge B = A \cap B$ द्वारा तथा $A \vee B = A \cup B$ सभी $A, B \in P$ के लिए द्वारा

X is a set and $P = 2^X$, i.e. the family of all subsets of X. Let P be ordered by set inclusion \subset . Show that (P, \subset) is a lattice, where meet \wedge and join \vee are respectively defined by:

$A \wedge B = A \cap B$ and $A \vee B = A \cup B$ for all $A, B \in P$

ग्राफ का समीपता आव्यूह लिखिए:

Write the adjacency matrix of the graph:



अथवा/or

निम्नलिखित ग्राफ के लिए a तथा z के बीच लघुतम पथ ज्ञात कीजिए।

Find the shortest path between a and z for the following graph:

