

Total No. of Questions : 11] [Total No. of Printed Pages : 15

RJ-423

M.A./M.Sc. 1st Semester (Reg./PVT./ATKT)
Examination-2018
MATHEMATICS
Paper-III
Topology-I

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 85/100

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Note : Attempt all questions.

खण्ड-अ

Section-A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

Objective Type Questions

नोट : वस्तुनिष्ठ प्रकार के 10 प्रश्न (1.5 अंक प्रत्येक) / $10 \times 1.5 = 15$

Note : Objective type 10 Questions of 1.5 mark each.

$$10 \times 1.5 = 15$$

1. सही उत्तर चुनिये :

Choose the correct answer :

(i) यदि X तथा Y दो समुच्चय हैं जिसका प्रत्येक अन्य के एक उपसमुच्चय के लिए संख्यात्मक रूप से तुल्यमान है, तब X का सभी Y के सभी के लिए संख्यात्मक रूप से तुल्यमान है :

- (अ) जॉर्न का लेम्मा (ब) श्रॉडर बर्नस्टीन प्रमेय
 (स) कैन्टोर का प्रमेय (द) इनमें से कोई नहीं

"If X and Y are two sets each of which is numerically equivalent to a subset of the other, then all of X is numerically equivalent to all of Y" is

- (a) Zorn's Lemma
 (b) Schroeder Bernstein Theorem
 (c) Cantor's Theorem
 (d) None of these

(ii) कौन सा सही नहीं है :

- (अ) गणनीय समुच्चय का प्रत्येक उपसमुच्चय गणनीय होता है।
 (ब) इकाई अंतराल $[0, 1]$ ऐर विसंख्यात्मक है।
 (स) गणनीय समुच्चयों के गणनीय परिवार का संघ अगणनीय होता है।
 (द) इनमें से कोई नहीं

Which one is not correct :

- (a) Every subset of a countable set is countable.
 (b) The unit interval $[0, 1]$ is non-denumerable.
 (c) The union of a countable family of countable sets is uncountable.
 (d) None of these

(iii) A बन्द है यदि तथा केवल यदि

- | | |
|--|------------------------|
| (अ) $\overline{A} = \phi$ | (ब) $\overline{A} = A$ |
| (स) $\overline{A} = \overline{\overline{A}}$ | (द) इनमें से कोई नहीं |

A is closed if and only if

- | | |
|--|------------------------|
| (a) $\overline{A} = \phi$ | (b) $\overline{A} = A$ |
| (c) $\overline{A} = \overline{\overline{A}}$ | (d) None of these |

(iv) \overline{A} (A की समाप्ति) है

- | |
|--|
| (अ) A के सभी बन्द अधिसमुच्चयों का प्रतिच्छेद |
| (ब) A के सभी बन्द अधिसमुच्चयों का संघ |
| (स) A के सभी बन्द उपसमुच्चयों का प्रतिच्छेद |
| (द) A के सभी बन्द उपसमुच्चयों का संघ |

\overline{A} (closure of A) is the

- | |
|---|
| (a) intersection of all closed supersets of A |
| (b) union of all closed supersets of A |
| (c) intersection of all closed subsets of A |
| (d) union of all closed subsets of A |

(v) मान लें $X = \{a, b, c, d, e\}$

$J = \{x, \phi, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, e\}\}$ बिन्दु c के पड़ोस हैं

- | |
|---|
| (अ) $\{\{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, c, d, e\}, x\}$ |
| (ब) $\{\{a, c, d\}, \{a\}, x\}$ |
| (स) $\{\{a, b\}, x\}$ http://www.onlinebu.com |
| (द) इनमें से कोई नहीं |

Let $X = \{a, b, c, d, e\}$

$J = \{x, \phi, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, e\}\}$ The neighbourhoods of the point c are

- | |
|--|
| (a) $\{\{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, c, d, e\}, x\}$ |
| (b) $\{\{a, c, d\}, \{a\}, x\}$ |
| (c) $\{\{a, b\}, x\}$ |
| (d) None of these |

(vi) यदि F एक टोपोलॉजिकल स्थान X से एक टोपोलॉजिकल स्थान Y में सतत फलन है :

- | |
|---|
| (अ) $F^{-1}(A)$ बन्द है यदि A; Y का बंद उपसमुच्चय है |
| (ब) $F^{-1}(A)$ संहत है यदि A; Y का संहत उपसमुच्चय है |
| (स) $\overline{F(A)} \subset F(\overline{A}) \forall A \subset X$ |
| (द) इनमें से कोई नहीं |

(vii) कौन सा सही नहीं है

- (अ) प्रत्येक पृथक्करणीय मीट्रिक स्थान द्वितीय गणनीय होता है।
- (ब) सामान्य टोपोलॉजी के साथ तल R^2 गणनीयता के अभिगृहीत को परितुष्ट करता है।
- (स) एक द्वितीय गणनीय स्थान प्रथम गणनीय स्थान नहीं है
- (द) इनमें से कोई नहीं

Which is not correct

- (a) Every separable metric space is second countable
- (b) the plane R^2 with the usual topology satisfies the second axiom of countability.
- (c) A second countable space is not first countable space
- (d) None of these

(viii) सामान्य टोपोलॉजी के साथ वास्तविक रेखा R एक पृथक्करणीय स्थान है क्योंकि

- (अ) Q विसंख्यात्मक है तथा $\overline{Q} = R$
- (ब) $\overline{Q} \neq R$
- (स) Q गैर-विसंख्यात्मक है
- (द) इनमें से कोई नहीं

The real line R with the usual topology is a separable space since

- (a) Q is denumerable and $\overline{Q} = R$
- (b) $\overline{Q} \neq R$
- (c) Q is non denumerable
- (d) None of these

(ix) कौन सा सही नहीं है

- (अ) एक सतत प्रतिचित्र के अधीन एक संयोजित स्थान की छवि संयोजित है।
- (ब) एक टोपोलॉजिकल स्थान X संयोजित है यदि तथा केवल यदि X तथा \emptyset एकमात्र समुच्चय हैं जो खुले तथा बन्द दोनों हैं।
- (स) एक टोपोलॉजिकल स्थान X संयोजित है यदि तथा केवल यदि X दो गैर-रिक्त असम्बन्ध खुले समुच्चयों का संघ है।
- (द) इनमें से कोई नहीं

Which one is not correct :

- (a) The image of a connected space under a continuous map is connected.
- (b) A topological space X is connected if and only if X and \emptyset are the only subsets which are both open and closed.
- (c) A topological space X is connected if and only if X is the union of two non-empty disjoint open sets.
- (d) None of these <http://www.onlinebu.com>
- (x) मान लें $I = [0, 1]$ एक पथ जो एक बिन्दु a से एक बिन्दु b तक एक टोपोलॉजिकल स्थान X में एक निरंतर फलन $f : I \rightarrow X$ के साथ $f(0) = a$ तथा $f(1) = b$ है तब
- (अ) b आरंभिक बिन्दु कहलाता है
 - (ब) a अंतिम बिन्दु कहलाता है
 - (स) a आरंभिक बिन्दु कहलाता है तथा b अंतिम बिन्दु कहलाता है
 - (द) इनमें से कोई नहीं

Let $I = [0, 1]$, a Path from a point a to a point b in a topological space X is a continuous function $f : I \rightarrow X$ with $f(0) = a$ and $f(1) = b$ then

- (a) b is called the initial point
- (b) a is called the terminal point
- (c) a is called the initial point and b is called to terminal point
- (d) None of these

खण्ड-ब

Section-B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Type Questions

नोट : लघुत्तरीय प्रकार के 5 प्रश्न (5 अंक प्रत्येक) आंतरिक विकल्प सहित। $5 \times 5 = 25$

Note : Short answer type 5 questions of 5 marks each with Internal choice. $5 \times 5 = 25$

2. परिभाषित कीजिए :

- (अ) ज़ार्न का लेम्मा
- (ब) गणनीय समुच्चय

Define:

- (a) Zorn's lemma
- (b) Countable sets

अथवा/or

सिद्ध कीजिए कि यदि X_1 , तथा X_2 गणनीय हैं, तब $X_1 \times X_2$ भी गणनीय है।

Prove that if X_1 and X_2 are countable, then $X_1 \times X_2$ is also countable.

3. टोपोलॉजिकल स्थान को परिभाषित कीजिए। एक उदाहरण दीजिए।
Define Topological space. Give one example.

अथवा/or

सिद्ध कीजिए कि टोपोलॉजिकल स्थान का एक उपस्थान स्वयं एक टोपोलॉजिकल स्थान होता है।

Prove that a subspace of a topological space is itself a topological space.

4. पड़ोस के पदों में टोपोलॉजी की तुल्यमान परिभाषा को परिभाषित कीजिए।

Define equivalent definition of topology in terms of Neighbourhood.