http://www.onlinebu.com

Roll No. .....

Total No. of Questions : 11] [Total No. of Printed Pages : 15

RJ-426

M.A./M.Sc. Ist Semester (REG./PVT./ATKT)

Examination- 2018

MATHEMATICS

Optional Select any one

Paper–v(ii)

Differential and Integral Equations-I

Time : 3 hours] [Maximum marks : 85/100

नोट : *सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।*

Note : ***Attempt all the questions.***

खण्ड–अ/Section-A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न/ Objective Type Questions

नोट: वस्तुनिष्ठ प्रकार के 5 प्रश्न (3 अंक प्रत्येक)। 5×3=15

Note: Objective type 5 questions of 3 marks each. 5×3=15

1. सही उत्तर का चयन कीजिए।

Choose the correct answer.

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

(i) यदि $y = e^x$ हल है $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$ का तब

(अ) $1-P+Q = 0$

(ब) $1+P+Q = 0$

(स) $1-P-Q = 0$

(द) इनमें से कोई नहीं

If $y = e^x$ is the solution of $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$, then:

(a) $1-P+Q = 0$

(b) $1+P+Q = 0$

(c) $1-P-Q = 0$

(d) None of these

(ii) रूप $Pdx + Qdy + Rdz = 0$ का एक समीकरण जहां x, y, z के फलन P, Q, R हैं, कहलाता है:

(अ) चरों x, y, z में सम्पूर्ण अवकल समीकरण

(ब) चरों x, y, z में एकल अवकल समीकरण

(स) चरों x, y, z में फैफियन अवकल समीकरण

(द) उपरोक्त में से सभी

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

An equation of the form

$Pdx + Qdy + Rdz = 0$

Where P, Q, R are functions of x, y, z is called

(a) total differential equation in variables x, y, z

(b) single differential equation in variables x, y, z.

(c) Pfaffian differential equation in variables x, y, z

(d) All of the above http://www.onlinebu.com

(iii) n समीकरणों

$x_i' = f_i(t, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ के एक निकाय पर विचार करें। तब एक समुच्चय $(\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n)$ इस निकाय का एक हल है यदि:

(अ) प्रत्येक $T \in I$ के लिए $\phi_1'(t), \phi_2'(t), \ldots, \phi_n'(t)$ मौजूद है

(ब) I में प्रत्येक t के लिए $(t, \phi_1(t), \phi_2(t), \ldots, \phi_n(t)) \in D$

(स) $\phi_i'(t) = f_i(t, \phi_1(t), \phi_2(t), \ldots, \phi_n(t))t \in I$ तथा $i = 1, 2, \ldots, n$.

(द) उपरोक्त सभी परिरक्षित हैं

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Consider a system of n equations $x_i' = f_i(t, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Then a set $(\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n)$ is a solution of this system if:

(a) $\phi_1'(t), \phi_2'(t), \ldots, \phi_n'(t)$ exist for each $T \in I$

(b) $(t, \phi_1(t), \phi_2(t), \ldots, \phi_n(t)) \in D$ for each t in I.

(c) $\phi_i'(t) = f_i(t, \phi_1(t), \phi_2(t), \ldots, \phi_n(t))t \in I$ and $i = 1, 2, \ldots, n$.

(d) All of the above hold

(iv) समीकरण $\phi(x) = F(x) + \lambda \int_a^x K(x, \xi)\, \phi(\xi) d\xi$ को जाना जाता है:

(अ) वोल्टेरा के समाकल समीकरण के प्रथम प्रकार के रूप में

(ब) वोल्टेरा के समाकल समीकरण के द्वितीय प्रकार के रूप में

(स) फ्रेडहोम समाकल समीकरण के प्रथम प्रकार के रूप में

(द) फ्रेडहोम समाकल समीकरण के द्वितीय प्रकार के रूप में

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

The equation

$\phi(x) = F(x) + \lambda \int_a^x K(x, \xi)\, \phi(\xi) d\xi$ is known as:

(a) Volterra's integral equation of first kind.

(b) Volterra's integral equation of second kind.

(c) Fredholm integral equation of first kind.

(d) Fredholm integral equation of second kind.

(v) द्वितीय प्रकार का समघाती फ्रेडहोम समाकल समीकरण है:

(अ) $\phi(x) = \lambda \int_a^x K(x, \xi)\, \phi(\xi) d\xi$

(ब) $\phi(x) = \lambda \int_a^b K(x, \xi)\, \phi(\xi) d\xi$

(स) $\phi(x) = F(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi)\, \phi(\xi) d\xi,\ F(x) \neq 0$

(द) इनमें से कोई नहीं

Homogeneous Fredholm integral equation of second kind is:

(a) $\phi(x) = \lambda \int_a^x K(x, \xi)\, \phi(\xi) d\xi$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

(b) $\phi(x) = \lambda \int_a^b K(x, \xi)\, \phi(\xi) d\xi$

(c) $\phi(x) = F(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi)\, \phi(\xi) d\xi,\ F(x) =$

(d) None of these

खण्ड–ब/Section-B

लघु उत्तरीय प्रश्न/Short Answer Type Questions

नोट: लघूत्तरीय प्रकार के 5 प्रश्न (5 अंक प्रत्येक), आंतरिक विकल्प सहित। 5×5=25

Note: Short answer type 5 Questions of 5 marks each with Internal choice. 5×5=25

2. हल कीजिए:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{x^2}$$

Solve:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{x^2}$$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

अथवा/or

युगपत् अवकल समीकरणों को हल कीजिए:

$$\frac{dx}{dt} = 3x + 2y, \qquad \frac{dy}{dt} = 5x + 3y$$

Solve the simultaneous differential equations:

$$\frac{dx}{dt} = 3x + 2y, \qquad \frac{dy}{dt} = 5x + 3y$$

3. हल कीजिए:

$$(y + z)dx + (z + x)dy + (x + y)dz = 0$$

Solve:

$$(y + z)dx + (z + x)dy + (x + y)dz = 0$$

अथवा/or

आरम्भिक मूल्य समस्या

$$\frac{dy}{dx} = xy + 1, \; y(0) = 0$$

तथा आनुक्रमिक सन्निकटनों को ज्ञात करने के लिए पिकार्ड विधि का अनुप्रयोग कीजिए।

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Apply Picard method to the initial value problem

$$\frac{dy}{dx} = xy + 1, \; y(0) = 0$$

and find the successive approximations.

4. निकाय

$$u'' + 3v' + 4u + 5v = 6t$$

$$v'' - u' + 4u + v = \cos t$$

सदिश आव्यूह रूप में $u = x_1$, $u' = x_2$, $v = x_3$, $v' = x_4$ प्रतिस्थापित करते हुए लिखिए।

Write the system

$$u'' + 3v' + 4u + 5v = 6t$$

$$v'' - u' + 4u + v = \cos t$$

in the vector matrix form by substituting

$u = x_1$, $u' = x_2$, $v = x_3$, $v' = x_4$

अथवा/or

एक अवकल निकाय ज्ञात कीजिए जिसके लिए सदिश

$$y(t) = \begin{bmatrix} t^2 + 2t + 5 \\ \sin^2 t \end{bmatrix}, \; t \in I$$ एक हल है।

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Find a differential system for which the vector

$$y(t) = \begin{bmatrix} t^2 + 2t + 5 \\ \sin^2 t \end{bmatrix}, t \in I \text{ is a solution.}$$

5. समाकलन समीकरण को हल कीजिए:

$$\phi(x) = 1 + \int_0^x \phi(\xi)\, d\xi$$

Solve the integral equation

$$\phi(x) = 1 + \int_0^x \phi(\xi)\, d\xi$$

अथवा/or

केन्द्रक $K(x, \xi) = 1$ के साथ वोल्टेरा समाकल समीकरण का विघटक केन्द्रक ज्ञात कीजिए।

Find the resolvent Kernel of the Volterra integral equation with Kernel $K(x, \xi) = 1$.

6. समाकल समीकरण को हल कीजिए:

$$\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi)\, d\xi$$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Solve the integral equation

$$\phi(x) = x + \int_0^{1/2} \phi(\xi)\, d\xi$$

अथवा/or

निम्नलिखित केन्द्रक के लिए पुनरावृत्त केन्द्रक ज्ञात कीजिए।

$$K(x, \xi) = x + \sin\xi;\ a = -\pi,\ b = \pi$$

Find the iterated Kernel for the following Kernel:

$$K(x, \xi) = x + \sin\xi;\ a = -\pi,\ b = \pi$$

खण्ड–स/Section-C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न/Long Answer Type Questions

नोट: दीर्घ उत्तरीय प्रकार के 5 प्रश्न (9 अंक प्रत्येक), आंतरिक विकल्प सहित। $5 \times 9 = 45$

Note: Long answer type 5 Questions of 9 marks each with Internal choice. $5 \times 9 = 45$

7. हल कीजिए:

$$\cos x \frac{d^2y}{dx^2} + \sin x \frac{dy}{dx} - 2y \cos^3 x = 2 \cos^5 x$$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Solve:

$$\cos x \frac{d^2y}{dx^2} + \sin x \frac{dy}{dx} - 2y \cos^3 x = 2 \cos^5 x$$

अथवा/or

हल कीजिए:

$$\frac{dx}{x(y^2-z^2)} = \frac{dy}{-y(z^2+x^2)} = \frac{dz}{z(x^2+y^2)}$$

Solve:

$$\frac{dx}{x(y^2-z^2)} = \frac{dy}{-y(z^2+x^2)} = \frac{dz}{z(x^2+y^2)}$$

8. हल कीजिए:

$$(y^2 + yz)dx + (xz + z^2)dy + (y^2 - xy)dz = 0$$

Solve:

$$(y^2 + yz)dx + (xz + z^2)dy + (y^2 - xy)dz = 0$$

अथवा/or

सिद्ध कीजिए कि आरम्भिक मूल्य समस्या

$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$ का कम से कम एक समाधान $y(x)$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

है बशर्ते फलन $f(x, y)$ सतत है तथा प्रांत D में, x के सभी मानों के लिए परिबद्ध है और वहाँ धनात्मक स्थिरांक M एवं K मौजूद हैं इस प्रकार से कि $|f(x, y)| \le M$ तथा लिपचिट्ज शर्त

$|f(x, y_2) - f(x, y_1)| \le K |y_2 - y_1|$ को प्रांत D में सभी बिन्दुओं के लिए परितुष्ट करता है।

Prove that the initial value problem

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

has at least one solution $y(x)$ provided the function $f(x, y)$ is continuous and bounded for all values of x, in a domain D and there exists positive constants M and K such that $|f(x, y)| \le M$ and satisfies the Lipschitz condition

$|f(x, y_2) - f(x, y_1)| \le K |y_2 - y_1|$, for all points in domain D. http://www.onlinebu.com

9. समीकरणों के निकाय $x_1' = ax_1 + bx_2$, $x_2' = cx_1 + dx_2$ पर विचार कीजिए जहाँ a, b, c, d स्थिरांक हैं। दिखाइए कि इस समीकरण का हल रूप $\phi(t) = \alpha . e^{rt}$, ($\alpha$ = स्थिरांक) में है, जहाँ r समीकरण $r^2 - r(a + d) + ad - bc = 0$ का एक मूल है।

Consider the system of equations $x_1' = ax_1 + bx_2$, $x_2' = cx_1 + dx_2$ where a, b, c, d are constants. Show that this equation has a solution of the form

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

$\phi(t) = \alpha . e^{rt}$, ($\alpha$ – constant)

where r is a root of the equation

$r^2 - r(a + d) + ad - bc = 0$

अथवा/or

मान लीजिए A(t) एक $n \times n$ आव्यूह हो जो एक बंद तथा परिबद्ध अंतराल I पर t में सतत् है। तब सिद्ध कीजिए कि वहाँ I पर IvP के लिए

$x' = A(t)x,\ x(t_0) = x_0;\ (t, t_0 \in I)$

एक हल मौजूद है तथा इसके अलावा यह हल अद्वितीय है।

Let A(t) be an $n \times n$ matrix that is continuous in t on a closed and bounded interval I. Then prove that there exists a solution to the IvP

$x' = A(t)x,\ x(t_0) = x_0;\ (t, t_0 \in I)$ on I and, in addition, this solution is unique.

10. विघटक केन्द्रक की सहायता से, समाकल समीकरण

$$\phi(x) = 1 + x^2 + \int_0^x \frac{1+x^2}{1+\xi^2}\phi(\xi)d\xi$$

का हल ज्ञात कीजिए।

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

With the aid of the resolvent Kernel, find the solution of the integral equation

$$\phi(x) = 1 + x^2 + \int_0^x \frac{1+x^2}{1+\xi^2}\phi(\xi)d\xi$$

अथवा/or

समाकल समीकरण को हल कीजिए:

$$\phi(x) = f(x) + \lambda \int_0^x e^{x-\xi}\phi(\xi)d\xi$$

Solve the integral equation

$$\phi(x) = f(x) + \lambda \int_0^x e^{x-\xi}\phi(\xi)d\xi$$

11. रैखिक समाकल समीकरण को हल कीजिए:

$$\phi(x) = \sin x - \frac{x}{4} + \frac{1}{4}\int_0^{\pi/2} \xi x \phi(\xi)d\xi$$

Solve the linear integral equation

$$\phi(x) = \sin x - \frac{x}{4} + \frac{1}{4}\int_0^{\pi/2} \xi x \phi(\xi)d\xi$$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

अथवा/or

समाकल समीकरण को हल कीजिए:

$$\phi(x) = 1 + \lambda \int_0^{\pi} \sin(x+\xi) \quad \phi(\xi) d\xi$$

Solve the integral equation

$$\phi(x) = 1 + \lambda \int_0^{\pi} \sin(x+\xi) \quad \phi(\xi) d\xi$$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com
Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.onlinebu.com