

HK- 95

B.Sc. VI Semester (New / ATKT)  
Mathematics Exam. April/May 2016  
METRIC SPACES, NUMERICAL ANALYSIS

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 125

Minimum Marks : 42

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रश्न 6 और 11 से कोई एक भाग करना है।

Note : All questions are compulsory. Attempt only one part from question no. 6 and 11.

onlinebu.com  
खण्ड - अ / Section - A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न / Objective Type Questions

Q.1. सही उत्तर का चयन कीजिये।

Choose the correct answer. 2 each

- i) किसी दूरीक समष्टि में विवृत समुच्चयों का प्रत्येक परिमित सर्वनिष्ठ हमेशा होगा -  
(अ) संवृत समुच्चय  
(ब) रिक्त समुच्चय  
(स) विवृत समुच्चय  
(द) इनमें से कोई नहीं

Every finite intersection of open sets in a metric space is always -

- (a) Closed set  
(b) Empty set  
(c) Open set  
(d) None of these

- ii) निम्न संख्याओं में कौन-सी संख्या परिमेय संख्या नहीं है?  
Which of the following is not a rational number?

- (a) 4 (b)  $\frac{5}{7}$   
(c)  $\frac{1}{7}$  (d)  $\sqrt{7}$

- iii) दूरीक समष्टि में दो दूरीक समुच्चयों का संघ होता है -

- (अ) संवृत समुच्चय  
(ब) विवृत समुच्चय  
(स) संघत समुच्चय  
(द) इनमें से कोई नहीं

The union of two compact subsets of a metric space is -

- (a) Closed set  
(b) Open set  
(c) Compact set  
(d) None of these

(3)

onlinebu.com

(4)

iv) एक सम्बद्ध समुच्चय का संतत प्रतिचित्र होता है -

- (अ) संहत समुच्चय  
(ब) विवृत समुच्चय  
(स) सम्बद्ध समुच्चय  
(द) इनमें से कोई नहीं

Continuous image of a connected set is

- (a) Compact set  
(b) Open sets  
(c) Connected set  
(d) None of these

v) यदि  $f(x) = 0$  के मूल  $[a, b]$  अन्तराल में हों तो  $f(a) \cdot f(b)$  है -

- (अ) शून्य से कम  
(ब) शून्य से अधिक  
(स) शून्य  
(द) कोई भी नहीं

If the roots of the equation  $f(x) = 0$  lies in the interval  $[a, b]$  then  $f(a) \cdot f(b)$  is

- (a) Less than zero  
(b) Greater than zero  
(c) Equal to zero  
(d) None

vi) प्रायिक संकेतनों में  $E$  के सही विकल्प का चयन करें।

In the usual notations, choose the correct choice of  $E$  -

- (a)  $E = 1 + \Delta$   
(b)  $E = 1 - \Delta$   
(c)  $E = 1 + \nabla$   
(d) None of these

vii) विश्रान्ति विधि में विश्रान्ति प्राचल  $w$  है। समीकरण निकाय के अभिसरण के लिये आवश्यक प्रतिबन्ध है -

- (अ)  $w < 1$   
(ब)  $w = 1$   
(स)  $w$  अन्तराल  $(0,2)$  में है  
(द) कोई भी नहीं

The necessary condition for convergence of a system of equation by relaxation method, relaxation parameter  $w$  is -

- (a)  $w < 1$   
(b)  $w = 1$   
(c)  $w$  lies in the interval  $(0,2)$   
(d) None

viii) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  के मिलने विधि द्वारा  $y$  के वांछित मान ज्ञात करने के लिये के पूर्व मानों की न्यूनतम संख्या है -

- (अ) 4  
(ब) 3  
(स) 2  
(द) कोई भी नहीं

(5)

Milne's method for the solution of  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  least values of  $y$  prior to the desired value are

- (a) 4 (b) 3  
(c) 2 (d) None

ix)  $p(\phi)$  का मान होता है -

- (अ) 0  
(ब) 1  
(स) 0 से अधिक किन्तु 1 से कम  
(द) इनमें से कोई नहीं

Value of  $p(\phi)$  is -

- (a) 0  
(b) 1  
(c) Greater than zero but less than 1  
(d) None of these

x) यदि किसी आवृत्ति बंटन के लिए  $\beta_2 = 3$  हो तो वक्र होता है -

- (अ) सामान्य  
(ब) तुंगककुदी  
(स) सपाटककुदी  
(द) इनमें से कोई नहीं

onlinebu.com

(6)

If  $\beta_2 = 3$  for any frequency distribution then the curve is -

- (a) Normal  
(b) Leptokurtic  
(c) Platykurtic  
(d) None of these

खण्ड - ब / Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न / Short Answer Type Questions

7 each

Q.2. दूरीक समष्टि में आन्तरिक बिन्दु, सीमा बिन्दु एवं परिसीमा बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

Define Interior point, limit point and boundary point in a metric space.

अथवा / OR

दूरीक समष्टि में विवृत समुच्चय, संवृत समुच्चय एवं व्युत्पन्न समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

Define Open set, Closed set and derived set in a metric space.

Q.3. दूरीक समष्टि में सातत्यता, बोल्जानो वाइरस्ट्रास प्रगुण एवं अनुक्रमिक संहतता को परिभाषित कीजिए।

Define continuity, Bolzano Weierstrass property and sequential compactness in a metric space.

अथवा/OR

दूरीक समष्टि में पृथक्कृत समुच्चय, असम्बद्ध, समुच्चय एवं सम्बद्ध समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

Define separated sets, disconnected sets and connected sets in a metric space.

Q.4. दशमलव के चार स्थानों तक न्यूटन-रेफसन विधि से  $\sqrt{12}$  के मान की गणना कीजिए।

Evaluate  $\sqrt{12}$  to four places of decimal by using Newton-Raphson method.

अथवा/OR

सिद्ध करें कि  $(1 + \Delta)(1 - \nabla) = 1$

Prove that  $(1 + \Delta)(1 - \nabla) = 1$ .

Q.5. चौलेस्की वियोजन से निम्न समीकरण को हल कीजिए :

By using Choleski decomposition solve the system :

$$4x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4$$

$$2x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 14$$

$$-2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3$$

अथवा/OR

रुंग-कुट्टा विधि (चौथे क्रम) का उपयोग कर  $y(0.1)$  का मान निम्नलिखित अवकल समीकरण के लिए ज्ञात कीजिए।

$$y'' + xy' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$$

Given  $y'' + xy' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$ , find the value of  $y(0.1)$  by using Runge-Kutta method of fourth order.

Q.6. अ) यदि किसी लीप वर्ष को यादृच्छ्या चुन लिया जाए तो उस वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

What is the chance that a leap year, selected at random will contain 53 Sundays?

अथवा/OR

यदि समान्तर माध्य 27 हो तो निम्न बंटन के लिए माध्य विचलन ज्ञात करो :

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
छात्रों की संख्या	5	8	15	16	6

If the arithmetic mean is 27 find the mean deviation of the following distribution :

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of students	5	8	15	16	6

(9)

ब) सेन्ट्रल प्रोसेसिंग यूनिट का कार्य क्या है? व्याख्या कीजिए।

What are the various function of central processing unit? Explain.

अथवा/OR

Peripheral devices, computer के लिए क्यों महत्वपूर्ण है?

Why peripheral devices are important in computer?

स) मैथेमेटिकल मॉडलिंग क्या है?

What is the mathematical modelling?

अथवा/OR

गुणात्मक हल चित्रण क्या है?

What is the qualitative solution sketching?

खण्ड - स/Section - C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न/Long Answer Type Questions

14 each

Q.7. सिद्ध कीजिए किसी दूरीक समष्टि में संवृत समुच्चयों के स्वेच्छ संग्रह का सर्वनिष्ठ एक संवृत समुच्चय होता है।

Prove that in a metric space arbitrary intersection of closed sets is closed.

(10)

अथवा/OR

माना  $(X, d)$  एक पूर्ण दूरीक समष्टि है। माना  $X$  के अरिक्त संवृत उप-समुच्चयों का एक समावेशी अनुक्रम  $\{F_n\}_{n=1}^{\infty}$  इस प्रकार है कि  $\delta(F_n) \rightarrow 0$ , जब  $n \rightarrow \infty$  तब सिद्ध कीजिए  $\bigcap_{n=1}^{\infty} F_n \neq \emptyset$  तथा कम से कम एक।

Let  $(X, d)$  be a metric space and let  $\{F_n\}_{n=1}^{\infty}$  be a nested sequence of non-empty subsets of  $X$  such that  $\delta(F_n) \rightarrow 0$  as  $n \rightarrow \infty$ , then prove that  $\bigcap_{n=1}^{\infty} F_n \neq \emptyset$  and contains exactly one point.

Q.8. माना  $(X, d)$  तथा  $(Y, e)$  दूरीक समष्टियाँ हैं तथा  $f : X \rightarrow Y$  एक फलन है तो  $f$  सतत यदि और केवल यदि  $f^{-1}(G)$   $X$  में विवृत है जबकि  $G$ ,  $Y$  में विवृत है। सिद्ध कीजिए।

If  $(X, d)$  and  $(Y, e)$  are two metric spaces and  $f : X \rightarrow Y$  is a function, then prove that  $f$  is continuous if and only if  $f^{-1}(G)$  is open in  $X$  whenever  $G$  is open in  $Y$ .

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए एक दूरीक समष्टि, अनुक्रमिक संहत है यदि और केवल यदि यह बोल्जानो वाइरस्ट्रास प्रगुण रखता है।

Prove that a metric space is sequentially compact if and only if it has the Bolzano Weierstrass property.

(11)

Q.9. रेगुला-फालसी विधि से समीकरण  $x^4 - x - 10 = 0$  के अन्तराल  $[1, 2]$  में वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

Using Regula-Falsi method, find the real root of the equation  $x^4 - x - 10 = 0$  in the interval  $[1, 2]$ .

अथवा/OR

न्यूटन के विभाजित अंतर सूत्र का उपयोग कर  $f(2)$ ,  $f(8)$  और  $f(15)$  का मान निम्न सारणी से ज्ञात कीजिए।

x	: 4	5	7	10	11	13
f(x)	: 48	100	294	900	1210	2028

Using Newton's divided difference formula, find the values of  $f(2)$ ,  $f(8)$  and  $f(15)$  given the following table :

x	: 4	5	7	10	11	13
f(x)	: 48	100	294	900	1210	2028

Q.10. विकर्णीकरण विधि से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए।

Solve by Triangularization method, the following system :

$$x + 5y + z = 14$$

$$2x + y + 3z = 13$$

$$3x + y + 4z = 17$$

onlinebu.com

(12)

अथवा/OR

मिलने-सिम्पसन विधि द्वारा  $y(x)$  अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(x + y) \text{ जहाँ } y(0) = 2, y(0.5) = 2.636, y(1) = 3.595$$

तथा  $y(1.5) = 4.968$  से  $y(2)$  का मान ज्ञात कीजिए।

Using Milne-Simpson method, Find  $y(2)$  if  $y(x)$  is the solution

$$\text{of } \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(x + y) \text{ given } y(0) = 2, y(0.5) = 2.636, y(1) = 3.595 \text{ and } y(1.5) = 4.968.$$

Q.11. अ)  $n$  प्राकृतिक संख्याओं के माध्य, प्रसरण और मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

Find the mean, variance and standard deviation of first  $n$  natural numbers.

अथवा/OR

माना कि किसी कॉलेज में 25% विद्यार्थी गणित में फेल होते हैं, 15% विद्यार्थी भौतिकशास्त्र में फेल होते हैं और 10% विद्यार्थी गणित व भौतिकशास्त्र दोनों में फेल होते हैं। एक विद्यार्थी यादृच्छया चुना जाता है तो

- विद्यार्थी के गणित में फेल होने की प्रायिकता क्या है यदि वह भौतिकशास्त्र में फेल है?
- उसके भौतिकशास्त्र में फेल होने की प्रायिकता क्या है यदि वह गणित में फेल है?
- उसके गणित अथवा भौतिकशास्त्र में फेल होने की प्रायिकता क्या है?

(13)

In a college 25% students in Mathematics, 15% students in Physics and 10% students in Mathematics and Physics both are failed. A student is selected at random :

- i) If he is failed in Physics, then find the chance of his failure in Mathematics.
- ii) If he is failed in Mathematics, then find the chance of his failure in Physics.
- iii) Find the chance of his failure in Mathematics or Physics.

ब) विन्डोज ऑपरेटिंग सिस्टम किस प्रकार डॉस ऑपरेटिंग सिस्टम से भिन्न है?

How Windows Operating System is different from DOS Operating System?

अथवा/OR

पेरिफेरल डिवाइसेस क्या हैं? कम्प्यूटर में इसका क्या महत्व है?

What are the peripheral devices? What are its importance in computer?

स) प्रथम कोटि के अवकल समीकरण की स्थापना कैसे करते हैं? उदाहरण देकर समझाइये।

How we set the first order differential equation? Explain with examples.

onlinebu.com

(14)

अथवा/OR

एक्सपोनेन्शियल एवं लॉजिस्टिक पॉपुलेशन मॉडल का वर्णन कीजिए।

Describe Exponential and logistic population models.



71