

Roll No.

Total No. of Questions : 11] [Total No. of Printed Pages : 10

AY-206

B.Sc. IInd Year (Reg./Pvt.) Examination, 2019

Mathematics

Paper - I

Abstract Algebra

**Time : 3 Hours] [Maximum Marks : Reg.= 40
Pvt.= 50**

नोट :- सभी प्रश्न अनिवार्य है।

Note :- Attempt all the questions.

खण्ड - 'अ'

SECTION - 'A'

वस्तुनिष्ठ प्रश्न 1×5=5

Objective Type Questions

AY-206 (1) P.T.O.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए :

Choose the correct answer :

(i) किसी समूह में तत्समक अवयवों की संख्या होती है:

- (अ) 1
- (ब) 2
- (स) 3
- (द) अनंत

The no. of identity elements in a group are :

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) Infinite

(ii) यदि $a \in G$ तथा G एक परिमित समूह हो तब

- (अ) $a^{o(G)} = e$
- (ब) $a^2 = e$
- (स) $a^9 = e$
- (द) इनमें से कोई नहीं

If $a \in G$ and G is a finite group then

AY-206 (2)

- (a) $a^{O(G)} = e$
- (b) $a^2 = e$
- (c) $a^9 = e$
- (d) None of these

(iii) सममित समूह S_4 की कोटि है :

- (अ) 6
- (ब) 12
- (स) 18
- (द) 24

The order of the symmetric group S_4 is :

- (a) 6
- (b) 12
- (c) 18
- (d) 24

(iv) यदि G एक आवेली समूह हो और $a \in G$, तब $C_{(a)} =$

- (अ) \emptyset
- (ब) G
- (स) $\{a\}$
- (द) इनमें से कोई नहीं

If G is an abelian group and $a \in G$ then $C_{(a)} =$

- (a) \emptyset
- (b) G
- (c) $\{a\}$
- (d) None

(v) निम्न में से कौन-सी बीजीय संरचना क्षेत्र नहीं है:

- (अ) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
- (ब) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$
- (स) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
- (द) इनमें से कोई नहीं

Which of the following structures is not a field.

- (a) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
- (b) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$
- (c) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
- (d) None of these

खण्ड - 'ब'

SECTION - 'B'

लघु उत्तरीय प्रश्न

5×2=10

Short Answer Type Questions

2. किसी समूह G में सिद्ध कीजिये $:(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}, \forall a, b \in G$

In any group G , prove that $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}, \forall a, b \in G$

अथवा/OR

सिद्ध कीजिये कि कोटि 3 का कोई समूह चक्रीय होता है।

Prove that any group of order 3 is cyclic.

3. सिद्ध कीजिये कि किसी उपसमूह के कोई दो दक्षिण (गम) सहसमुच्चय या तो विसंघीय होते हैं या सर्वसम।

Prove that any right (left) cosets of a subgroup are either disjoint or identical.

अथवा/OR

सिद्ध कीजिये कि दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

Prove that the intersection of two normal subgroup is a normal subgroup.

4. यदि $f: G \rightarrow G'$ में एक समाकारिता हो तो सिद्ध कीजिये कि f की अटित, G का प्रसामान्य उपसमूह है।

If $f: G \rightarrow G'$ is homomorphism, then prove that kernel of f is a normal subgroup of G .

अथवा/OR

निम्न को परिभाषित कीजिये :-

AY-206

(5)

P.T.O.

(i) समूहों की तुल्यकारिता

(ii) सम एवं विषम क्रमचय

Define the following :-

(i) Isomorphism of groups

(ii) Even and odd permutation

5. माना a समूह G का स्थिर अवयव है। तो सिद्ध कीजिये कि फलन $f_a: G \rightarrow G$ जो कि $f_a(x) = a^{-1}xa, \forall x \in G$ से परिभाषित है, एक साकारिता है।

Let a be a fixed element of group G , then prove that the mapping $f_a: G \rightarrow G$ defined as $f_a(x) = a^{-1}xa, \forall x \in G$ is an automorphism on G .

अथवा/OR

सिद्ध कीजिये कि समूह G के किसी अवयव का प्रसामान्यक, G का प्रसामान्य उपसमूह है।

Prove that the normalizer of an element of a group G is a normal subgroup of G .

6. सिद्ध कीजिये कि किसी वलय की दो गुणज वालियों का सर्वनिष्ठ एक गुणजवली होता है।

Prove that the intersection of two ideal of a ring is an ideal of a ring.

AY-206

(6)

अथवा/OR

सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णांकिय डोमेन है।

Prove that every field is an intergral domain.

खण्ड - 'स'

SECTION - 'C'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

5×5=25

Long Answer Type Questions

7. किसी समूह G के अरिक्त उपसमुच्चय H को उपसमूह होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि $a \in H, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$ सिद्ध कीजिए।

Prove that the necessary and sufficient condition for a non-empty subset H of a group G to be a subgroup is that $a \in H, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$.

अथवा/OR

सिद्ध कीजिये कि 1 को छोड़कर अन्य सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय ϕ , संक्रिया '*' जो कि निम्न रूप में परिभाषित है एक अनंत आबेली समूह निर्मित करता है $a * b = a + b - ab$

Show that the set ϕ , of all rational numbers other than 1, forms an infinite abelion group with the operation '*' de-

finied by the rule $a * b = a + b - ab$

8. लैग्रान्ज प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये।

State and prove lagrange's theorem.

अथवा/OR

सिद्ध कीजिये कि किसी समूह G का एक उपसमूह H एक प्रसामान्य उपसमूह होता है यदि और केवल यदि G में H के दो दक्षिण सहसमुच्चयों का गुणनफल G में पुनः एक दक्षिण सह-समुच्चय है।

Prove that a subgroup H of a group G is a normal subgroup of G if and only if the product of two right cosets of H in G is again a right coset of H in G .

9. यदि G और G' दो समूह हो और $f : G \rightarrow G'$ में G आच्छादक एक समाकारिता हो तथा K, f की अष्टि हो तो सिद्ध कीजिये कि $G/K, G'$ से तुल्याकारी है।

Let G and G' be the two groups and $f : G \rightarrow G'$ is a homomorphism of G onto G' if K is the kernel of f then prove that G/K is isomorphic to G' .

अथवा/OR

सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक परिमित समूह G , उसके क्रमचय समूह से तुल्याकारी होता है।

Prove that every finite group G is isomorphic to a permutanan group.

10. सिद्ध कीजिये कि समूह G पर सभी स्वाक़रिताओं का समुच्चय प्रतिनिधियों के संयोजन के सापेक्ष एक समूह निर्मित करता है।

Prove that the set of all automorphism of a group G forms a group with respect to composition of mappings as the composition.

अथवा/OR

यदि G एक परिमित समूह हो, p एक अभाज्य संख्या है तथा $p \mid o(G)$ तो सिद्ध कीजिये कि G में एक अवयव a का अस्तित्व इस प्रकार है कि $O(a) = p$.

If G is a finite group. p is a prime no. and $p \mid o(G)$. then prove that G an element a in G such that $O(a) = p$.

11. यदि $f(x)$ और $g(x)$ किसी वलय R पर दो स्वेच्छ अशून्य बहुपद हो तो सिद्ध कीजिये कि :

Let $f(x)$ and $g(x)$ are two non-zero polinomials over on arbitrary ring R , then prove that

(i) $\deg [f(x) + g(x)] \leq \max. \{ \deg f(x), \deg g(x) \}$

(ii) $\deg [f(x).g(x)] \leq \deg. \{ f(x) + \deg g(x) \}$

अथवा/OR

सिद्ध कीजिये कि एक परिमित, अशून्य शून्य भाजक रहित क्रमविनिमेय वलय एक क्षेत्र होता है।

Prove that a finite, non-zero commatative ring without zero division is a field.

http://www.onlinebu.com
Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से