

AZ-92

B.Sc. (Mathematics) 1st Year (Reg./Pvt.) Main Examination March/April 2018

VECTOR ANALYSIS AND GEOMETRY

Paper - III

Time Allowed : Three Hours] [Maximum Marks : { Reg.- 40
Pvt.- 50

नोट : सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

Note : Attempt all questions are compulsory.

खण्ड - अ/Section - A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न/Objective Type Questions

5 × 1 = 5

Q.1. सही विकल्प चुनिए

Choose the correct answer.

i) यदि $\vec{r} = xi + yj + zk$, तब $\text{div } \vec{r}$ है

(अ) 0 (ब) 1

(स) 3 (द) -3

If $\vec{r} = xi + yj + zk$, then $\text{div } \vec{r}$ is

(a) 0 (b) 1

(c) 3 (d) -3

ii) $\int_C \vec{r} \cdot d\vec{r}$ का मान है

(अ) 0

(ब) 1

(स) 3

(द) इनमें से कोई नहीं

The value of $\int_C \vec{r} \cdot d\vec{r}$ is

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) None of these

(3)

iii) समीकरण

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + C = 0$$

अतिपरवलय निरूपित करेगा यदि

(अ) $\Delta = 0, h^2 = ab$

(ब) $\Delta \neq 0, h^2 = ab$

(स) $\Delta \neq 0, h^2 < ab$

(द) $\Delta \neq 0, h^2 > ab$

The equation

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + C = 0$$

represents a hyperbola if

(a) $\Delta = 0, h^2 = ab$

(b) $\Delta \neq 0, h^2 = ab$

(c) $\Delta \neq 0, h^2 < ab$

(d) $\Delta \neq 0, h^2 > ab$

(4)

iv) शंकु का समीकरण जिसका शीर्ष (0, 0, 0) और जिसकी दिक् कोज्यायें समीकरण $4l^2 + 7m^2 + 8n^2 = 0$ को सन्तुष्ट करती है

(अ) $lmx + mny + nlz = 0$

(ब) $4x^2 + 7y^2 + 8z^2 = 0$

(स) $xy + yz + zx = 0$

(द) $lxy + myz + nzx = 0$

Equation of a cone whose vertex is (0, 0, 0) and whose direction cosines satisfy equation

$4l^2 + 7m^2 + 8n^2 = 0$ is

(a) $lmx + mny + nlz = 0$

(b) $4x^2 + 7y^2 + 8z^2 = 0$

(c) $xy + yz + zx = 0$

(d) $lxy + myz + nzx = 0$

(5)

v) समीकरण $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}$ निरूपित करता है

- (अ) एक दीर्घवृत्तज
- (ब) एक अतिपरवलय
- (स) एक दीर्घवृत्तीय परवलयज
- (द) एक अतिपरवलयिक परवलयज

The equation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{2z}{c}$ represents

- (a) an ellipsoid
- (b) a hyperboloid
- (c) an elliptic paraboloid
- (d) a hyperbolic paraboloid

http://www.onlinebu.com

खण्ड - ब/Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न/Short Answer Type Questions

5 × 2 = 10

Q.2. यदि $\vec{r} = a \cos t \mathbf{i} + a \sin t \mathbf{j} + at \tan \alpha k$ तब $\frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

का मान ज्ञात कीजिए।

YA18-133

AZ-92

P.T.O.

(6)

If $\vec{r} = a \cos t \mathbf{i} + a \sin t \mathbf{j} + at \tan \alpha k$ then find

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

अथवा/OR

यदि $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, तब $\text{grad } r^n$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, then find $\text{grad } r^n$.

Q.3. सदिश समीकरण $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -n^2\vec{r}$ का समाकलन कीजिए।

Integrate the vector equation $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -n^2\vec{r}$.

अथवा/OR

ग्रीन के प्रमेय से $\int_C [(\cos x \sin y - xy) dx + \sin x \cos y dy]$

का मूल्यांकन कीजिए जहाँ C, वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ है।

Evaluate $\int_C [(\cos x \sin y - xy) dx + \sin x \cos y dy]$

by Green's theorem, where C is the circle $x^2 + y^2 = 1$.

YA18-133

AZ-92

Contd...

(7)

- Q.4. वृत्तों $x^2 + y^2 + 2x + 3y = 7$ और $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 5$ के प्रतिच्छेदी बिन्दुओं तथा दत्त बिन्दु $(2, -3)$ से होकर जाने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of circle which passes through the point of intersection of circles $x^2 + y^2 + 2x + 3y = 7$ and $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 5$ and given point $(2, -3)$.

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$ और

$\frac{l}{r} = -1 - e \cos \theta$ एक ही शांकव को निरूपित करते हैं।

Prove that the equations $\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$ and

$\frac{l}{r} = -1 - e \cos \theta$ represents the same conics.

- Q.5. उस वर्ग शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जो निर्देशांक अक्षों से होकर जाता है।

Find the equation of quadric Cone which passes through the coordinate axes.

YA18-133

AZ-92

P.T.O.

(8)

अथवा/OR

उस वर्ग बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशक वक्र $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$, $lx + my + nz = p$ तथा जिसका जनक z-अक्ष के समान्तर है।

Find the equation of quadric cylinder, whose guiding curve is $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$, $lx + my + nz = p$ and whose generator is parallel to z-axis.

- Q.6. सिद्ध कीजिए कि समतल $x + 2y - 2z = 4$ परवलयज $3x^2 + 4y^2 = 24z$ को स्पर्श करता है। स्पर्श बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Prove that the plane $x + 2y - 2z = 4$, touches paraboloid $3x^2 + 4y^2 = 24z$. Find the point of contact

अथवा/OR

शांकवज $3x^2 + 2y^2 - 15z^2 = 4$ को प्रतिच्छेद करने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो दत्त शांकवज को ऐसे शांकव में प्रतिच्छेद करता है जिसका केन्द्र $(-2, 3, -1)$ है।

YA18-133

AZ-92

Contd..

(9)

Find the equation to the plane which cuts the conicoid $3x^2 + 2y^2 - 15z^2 = 4$ in a conic whose centre is at the point $(-2, 3, -1)$.

खण्ड - स/Section - C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न/Long Answer Type Questions

http://www.onlinebu.com

5 × 5 = 25

Q.7. यदि $\vec{a} = i + 2j + 3k$, $\vec{b} = 2i - j + k$ तथा

$\vec{c} = 3i + 2j - 5k$ तब सत्यापित कीजिये

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

If $\vec{a} = i + 2j + 3k$, $\vec{b} = 2i - j + k$

and $\vec{c} = 3i + 2j - 5k$, then verified

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

अथवा/OR

यदि \vec{a} अचर सदिश है, तब सिद्ध कीजिए कि

अ) $\text{div}(\vec{r} \times \vec{a}) = 0$

ब) $\text{Curl}(\vec{r} \times \vec{a}) = -2\vec{a}$

(10)

If \vec{a} is constant vector, then prove that

a) $\text{div}(\vec{r} \times \vec{a}) = 0$

b) $\text{Curl}(\vec{r} \times \vec{a}) = -2\vec{a}$

Q.8. $\int_S (y^2 z^2 i + z^2 x^2 j + z^2 y^2 k) \hat{n} ds$ ज्ञात कीजिए जहाँ S, xy तल से ऊपर तथा इसी से घिरा हुआ गोला $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का एक भाग है।

Evaluate $\int_S (y^2 z^2 i + z^2 x^2 j + z^2 y^2 k) \hat{n} ds$, where S, is part of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ above xy plane and bounded by it.

अथवा/OR

फलन $\vec{F} = (x^2 + y^2)i - 2xyj$ के लिए स्टोक प्रमेय को सत्यापित कीजिए जबकि समाकलन को आयत $x = \pm a$, $y = 0$, $y = b$ के परित लिया गया है।

Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = (x^2 + y^2)i - 2xyj$ when integration is taken around the rectangle $x = \pm a$, $y = 0$, $y = b$.

Q.9. शांकव $x^2 + 4y^2 - 4xy - 32x + 4y + 16 = 0$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the Conic $x^2 + 4y^2 - 4xy - 32x + 4y + 16 = 0$.

अथवा/OR

एक वृत्त एक शांकव को नाभि S से गुजरता है और इसे चार बिन्दुओं में मिलता है जिनकी S से दूरियाँ r_1, r_2, r_3 और r_4

है, तब सिद्ध कीजिए कि $r_1 r_2 r_3 r_4 = \frac{d^2 l^2}{e^2}$

A circle passes through the focus S of a conic and meets it in four points whose distances from S are

r_1, r_2, r_3 and r_4 , then prove that $r_1 r_2 r_3 r_4 = \frac{d^2 l^2}{e^2}$

Q.10. सिद्ध कीजिए कि $x + y + z = 0$ तथा $ayz + bzx + cxy = 0$

से प्राप्त रेखाओं के बीच कोण $\frac{\pi}{2}$ है यदि $a + b + c = 0$

Prove that the angle between the lines given by

$x + y + z = 0$ and $ayz + bzx + cxy = 0$ is $\frac{\pi}{2}$ if

$a + b + c = 0$.

अथवा/OR

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी

त्रिज्या 2 और अक्ष $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ है।

Find the equation of right circular cylinder whose

radius is 2 and axis is $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

Q.11. सिद्ध कीजिए कि समतल $3x + 12y - 6z = 17$ शांकवज $3x^2 - 6y^2 + 9z^2 + 17 = 0$ को स्पर्श करता है। स्पर्श बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

Prove that the plane $3x + 12y - 6z = 17$ touches the conicoid $3x^2 - 6y^2 + 9z^2 + 17 = 0$. Find also the coordinates of point of contact.

अथवा/OR

अतिपरवलयज $yz + 2zx + 3xy + 6 = 0$ की जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(-1, 0, 3)$ से होकर जाती है।

Find the equations of generating lines of hyperboloid $yz + 2zx + 3xy + 6 = 0$ which passes through point $(-1, 0, 3)$.

