

Roll No. ...

Total No. of Questions : 11] [Total No. of Printed Pages : 11

AY-155

B.Sc. Ist Year (Reg./Pvt./Suppl./Ex.)

Examination, 2019

Mathematics

Paper - III

Vector Analysis & Geometry

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : Reg.= 40
Pvt.= 50

नोट :- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Note :- Attempt all the questions.

खण्ड - 'अ'

SECTION - 'A'

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1x5=5

Objective Type Questions

AY-155

(1)

I. महीं उत्तरका चयन कीजिए :

Choose the correct answer :

- (i) एक सदिश विन्दु फलन \vec{F} अधूरी कहलाता है।
 (अ) $\nabla \times \vec{F} = 0$
 (ब) $\nabla \cdot \vec{F} = 0$
 (स) $\nabla \cdot (\nabla \vec{F}) = \vec{0}$
 (इ) $\nabla \vec{F} = 0$

Any vector point function \vec{F} is irrotational if :

- (a) $\nabla \times \vec{F} = 0$
 (b) $\nabla \cdot \vec{F} = 0$
 (c) $\nabla \cdot (\nabla \vec{F}) = \vec{0}$
 (d) $\nabla \vec{F} = 0$
- (ii) एक सरल वक्र C से परिवर्त्तन क्षेत्र का क्षेत्रफल xy समतल में होगा।
 (अ) $\frac{1}{2} \int_C [xdy + ydx]$
 (ब) $\frac{1}{2} \int_C [xdy - ydx]$
 (स) $\frac{1}{2} \int_C [xdx + ydy]$
 (इ) $\frac{1}{2} \int_C [xdx - ydy]$

AY-155

(2)

Area bounded by a simple closed curve C on xy -plane is :

(a) $\frac{1}{2} \int_C [xdy + ydx]$

(b) $\frac{1}{2} \int_C [xdy - ydx]$

(c) $\frac{1}{2} \int_C [xdx + ydy]$

(d) $\frac{1}{2} \int_C [xdx - ydy]$

(iii) यदि $r = \frac{l}{1 + e \cos \theta}$ एक परवलय निरूपित करती है यदि

(अ) $e = 1$

(ब) $e > 1$

(स) $e < 1$

(द) $e = 0$

The equation $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ represent a parabola if:

(a) $e = 1$

(b) $e > 1$

(c) $e < 1$

(d) $e = 0$

(3)

AY-155

P.T.O.

(iv) त्रिज्या a तथा x -अक्ष वाले लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण है।

(अ) $x^2 + y^2 = a^2$

(ब) $x^2 + z^2 = a^2$

(स) $z^2 + y^2 = a^2$

(द) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

The equation of right circular cylinder of radius and axis as x -axis is :

(a) $x^2 + y^2 = a^2$

(b) $x^2 + z^2 = a^2$

(c) $z^2 + y^2 = a^2$

(d) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

(v) परवलयज के वास्तविक शून्य वृत्तक की संख्या है।

(अ) 2

(ब) 3

(स) 4

(द) 0

The numbers of real umbilics of a paraboloid are :

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 0

AY-155

(4)

खण्ड - 'B'

SECTION - 'B'

लघु उत्तरीय प्रश्न

5x2=10

Short Answer Type Questions

2. यदि a, b, c तीन असमतलीय सदिश हों, तो दर्शाइये कि

$$[a \times b, b \times c, c \times a] = [abc]^2$$

If a, b, c are three non-coplanar vectors, then show that

$$[a \times b, b \times c, c \times a] = [abc]^2$$

अथवा/OR

यदि $\frac{da}{dt} = c \times a, \frac{db}{dt} = c \times b$, दर्शाइये कि

$$\frac{d}{dt}(a \times b) = c \times (a \times b)$$

If $\frac{da}{dt} = c \times a, \frac{db}{dt} = c \times b$, show that

$$\frac{d}{dt}(a \times b) = c \times (a \times b)$$

3. दिया गया हो : $\vec{r}(t) \begin{cases} 2i - j + 2k, \text{ जब } t = 2 \\ 4i - 2j + 3k, \text{ जब } t = 3, \end{cases}$

(5)

AY-155

दर्शाइये कि : $\int_2^3 \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = 10$

Given that : $\vec{r}(t) \begin{cases} 2i - j + 2k, \text{ when } t = 2 \\ 4i - 2j + 3k, \text{ when } t = 3, \end{cases}$

Show that $\int_2^3 \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = 10$

अथवा/OR

दर्शाइये कि $\iint_S (axi + byj + czk) \cdot \hat{n} ds = \frac{4}{3}\pi(a+b+c)$ जहां S

गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का सम्पूर्ण पृष्ठ है।

Show that $\iint_S (axi + byj + czk) \cdot \hat{n} ds = \frac{4}{3}\pi(a+b+c)$ where

S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

4. मूल बिन्दु से होकर जाने वाला वृत्तों $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ और $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ को लाभकोणीय प्रतिच्छेदन करने वाले वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the circle passing through the origin and cut the circles $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ and $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ orthogonally.

AY-155

(6)

अथवा/OR

$$\text{सिल्ह कीजिए की समीकरण } \frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta \text{ तथा } \frac{l}{r} = -1 - e \cos \theta$$

एक ही शंकु को निरूपित करती है।

Prove that the equation $\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$ and $\frac{l}{r} = -1 - e \cos \theta$ represent the same conic.

5. उस शंकु का समीकरण ज्ञात करों जिसका शीर्ष (5,4,3) और आधार वक्र $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$ है।

Find the equation of the cone whose vertex is (5,4,3) and base curve $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$

अथवा/OR

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक सरल रेखा

$$\frac{x}{1} = \frac{-y}{2} = \frac{z}{3}$$
 के समान्तर हो तथा निर्देशक वक्र दीर्घवृत्त

$$x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$$
 हो।

Find the equation of the cylinder whose generator are

parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{-y}{2} = \frac{z}{3}$ and the base curve is

$$x^2 + 2y^2 = 1, z = 3$$

6. बिन्दु (1,-1,2) पर जांकरज $5x^2 - 4y^2 + 6z^2 = 25$ से सर्व तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

AY-155

(7)

P.T.O.

Find the equation of the tangent plane to the conicoid $5x^2 - 4y^2 + 6z^2 = 25$ at the point (1,-1,2).

अथवा/OR

परवलयज $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 = z$ के बिन्दु (4,3,5) पर अभिलम्ब का

समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the normal at (4,3,5) on the paraboloid

$$\text{loid } \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 = z$$

खण्ड - 'स'

SECTION - 'C'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

$5 \times 5 = 25$

Long Answer Type Questions

7. निम्नलिखित सदिशों के युक्ति पद्धति के सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the reciprocal system of vectors to the set of vectors $2i + 3j - k, i - j - 2k, -i + 2j + 2k$.

अथवा/OR

$\phi = x^2yz + 4xz^2$ का दिक् अवकलज बिन्दु (1,-2,-1) पर

$2i - j - 2k$ का दिशा में ज्ञात कीजिये।

AY-155

(8)

Find the directional derivative of $\phi = x^2yz + 4xz^2$ in the direction of the vector $2i - j - 2k$ at the point $(1, -2, -1)$.

8. समतल में ग्रीन के प्रमेय का सत्यापन $I = \oint_C [(x+2y)dx + (y+3y)dy]$ के लिए कीजिए, जहाँ C वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ है।

Use green's theorem in plane to evaluate

$$I = \oint_C [(x+2y)dx + (y+3y)dy] \text{ where } C \text{ is the circle}$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

अथवा/OR

स्टोकस प्रमेय का सत्यापन कीजिये जब $\vec{F} = (2x-y)i - yz^2j - y^2zk$ हो, जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का ऊपरी अर्धपृष्ठ हो तथा C उसकी परिसीमा है।

Verify stokes theorem when $\vec{F} = (2x-y)i - yz^2j - y^2zk$ where S is upper half of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, bounded by its projection and C is its boundary.

9. शंकव $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ का अनुरेखण कीजिए। तथा इसकी नाभियों के निर्देशांक और नियता का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Trace the conic $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ and find the coordinates of its focus and the equation of diretrix.

AY-155

(9)

P.T.O.

अथवा/OR

शंकव $x^2 + 2y^2 = 2$ से संबंधि शंकव का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(1,1)$ से होकर जाता है।

Find the conic confocal with the conic $x^2 + 2y^2 = 2$ which passes through the point $(1,1)$.

10. समतल $3x + y + 5z = 0$ और शंकु $6yz - 2zx + 5xy = 0$ के प्रतिच्छेद रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the lines of section of the plane $3x + y + 5z = 0$ and the cone $6yz - 2zx + 5xy = 0$

अथवा/OR

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समानकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशांक वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9, x - y + z = 3$ है।

Find the equation of right circular cylinder whose guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9, x - y + z = 3$

11. सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के शून्य वृत्तक गोले

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 - b^2 + c^2 \text{ पर स्थित हैं।}$$

Prove that the umbilics of ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ lie on the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 - b^2 + c^2$

AY-155

(10)

अथवा/OR

अतिपरवलयन $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ के विन्दु (1, 2, -3) से होकर जाने

वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of generating lines of the hyperboloid

$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ Which pass through the point (1, 2, -3).

