

Roll No.:

Total No. of Questions : 11] [Total No. of Printed Pages : 10

AZ-91**B.Sc. (Mathematics) 1st Year (Reg./Pvt.)
Main Examination March/April 2018****CALCULUS AND DIFFERENTIAL
EQUATIONS****Paper - II***Time Allowed : Three Hours] [Maximum Marks : { Reg.- 40
Pvt.- 50*

नोट : सभी प्रश्न हल कीजिए।

Note : Attempt all questions.

खण्ड - अ/Section - A**वस्तुनिष्ठ प्रश्न/Objective Type Questions**

5×1=5

Q.1. सही उत्तर का चयन कीजिए।

Choose the correct answer.

YA18-110

AZ-91

P.T.O.

(2)

i) यदि $f(x) = e^{ax}$ तब $f^{(n)}(0)$ का मान है :If $f(x) = e^{ax}$, then the value of $f^{(n)}(0)$ is(a) n (b) na (c) a^n (d) 0ii) r त्रिज्या के वृत्त की वक्रता है :The curvature of the circle of radius r is(a) 0 (b) $2r$ (c) r (d) $\frac{1}{r}$ iii) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tan^3 \theta d\theta$ का मान है :The value of the integral $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tan^3 \theta d\theta$ is(a) 0 (b) π (c) 2π (d) $\frac{\pi}{2}$

YA18-110

AZ-91

Contd...

(3)

iv) अवकल समीकरण $y = px - p^2$ का विचित्र हल है :

Singular solution of the differential equation $y = px - p^2$ is :

- (a) $x^2 - 4y = 0$
 (b) $y^2 - 4x = 0$
 (c) $xy = 4$
 (d) $x + y = c$

v) अवकल समीकरण $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = \tan x$ का समाकलन गुणक है :

Integrating factor of differential equation

$\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = \tan x$ is :

- (a) $\tan x$
 (b) $e^{\tan x}$
 (c) $\log (\cos x)$
 (d) $\sec x$

(4)

खण्ड - ब/Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न/Short Answer Type Questions

5×2=10

Q.2. टेलर प्रमेय द्वारा सिद्ध कीजिये।

By Taylor's theorem, prove that

$$\log(x+h) = \log h + \frac{x}{h} - \frac{x^2}{2h^2} + \frac{x^3}{3h^3} + \dots$$

अथवा/OR

फलन $\frac{x^3}{x^2 - 3x + 2}$ का n वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिये।

Find the n^{th} differential coefficient of $\frac{x^3}{x^2 - 3x + 2}$

Q.3. सिद्ध कीजिये कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के बिंदु $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ पर वक्रता त्रिज्या का मान $3a \sin \theta \cos \theta$ है।

(5)

Prove that the radius of curvature at the point $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is $3a \sin \theta \cos \theta$.

अथवा/OR

वक्र $y=3x^4-4x^3+1$ के नति परिवर्तन बिंदु ज्ञात कीजिये।

Find points of inflection of the curve $y=3x^4-4x^3+1$.

Q.4. सिद्ध कीजिये

Prove that

$$\int_0^{\pi} \theta \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = \frac{-4}{9}$$

अथवा/OR

$\int \sec^n x dx$ के लिए समानयन सूत्र ज्ञात कीजिये।

Find the reduction formula for $\int \sec^n x dx$

(6)

Q.5. हल कीजिये :

$$y(1+xy)dx + x(1-xy)dy = 0$$

Solve

$$y(1+xy)dx + x(1-xy)dy = 0$$

अथवा/OR

वक्र कुल $y = ax^2$ की लंबकोणीय संचेदी का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the orthogonal trajectories of the formula of curves $y = ax^2$.

Q.6. हल कीजिए :

$$(D^2 + 1)y = \cos 2x$$

Solve

$$(D^2 + 1)y = \cos 2x$$

अथवा/OR

(7)

हल कीजिये :

$$(D^2 - 3D + 2)y = e^x$$

Solve

$$(D^2 - 3D + 2)y = e^x$$

खण्ड - स/Section - C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न/Long Answer Type Questions

5×5=25

Q.7. लैबनीज प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये।

State and prove Leibnitz's theorem.

अथवा/OR

निम्न वक्र की अनंतस्पर्शियों के समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the asymptotes of the following curve:

$$y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 - 3y^2 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x + 1 = 0$$

(8)

Q.8. वक्र $ay^2 = x^2(a - x)$ का अनुरेखन कीजिये।Trace the curve $ay^2 = x^2(a - x)$

अथवा/OR

दिखाइये कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के लिए, $e = \frac{a^2b^2}{p^3}$ जहाँ p केंद्र $(0, 0)$ से बिंदु (x, y) पर खींची गई स्पर्श रेखा पर डाले गये लंब की लंबाई है।Prove that for the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $e = \frac{a^2b^2}{p^3}$, p being the length of the perpendicular from the centre $(0, 0)$ upon the tangent at the point (x, y) .Q.9. एस्ट्रॉइड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का संपूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

Find the complete area of the astroid

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$$

अथवा/OR

(9)

हृदयाभ $r = a(1 + \cos\theta)$ की संपूर्ण लंबाई ज्ञात कीजिये।

Find the entire length of the cardioid $r = a(1 + \cos\theta)$

Q.10. हल कीजिए

Solve

$$p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

अथवा/OR

समीकरण $(y - px)^2 + a^2p = 0$ का व्यापक एवं विचित्र हल ज्ञात कीजिये।

Find the general and singular solution of $(y - px)^2 + a^2p = 0$

Q.11. प्राचल विचरण की विधि द्वारा हल कीजिये।

Solve by method of variation of parameters:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

(10)

अथवा/OR

निम्न समीकरण को प्रसामान्य रूप में समानयन कर हल कीजिये।

Solve the following equation by reducing into normal form:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2)y = 0$$

