http://www.onlinebu.com

Roll No.

Total No. of Questions : 11] [Total No. of Printed Pages : 12

RJ-424

M.A./M.Sc. 1st Semester (REG/PVT/ATKT) Examination–2018

MATHEMATICS

Paper–(IV)

Complex Analysis–I

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : 85/100

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Note : Attempt all questions.

खण्ड–अ

Section–A

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

Objective Type Questions

नोट : वस्तुनिष्ठ प्रकार के 10 प्रश्न (1.5 अंक प्रत्येक)।

10×1.5=15

Note : *Objective type 10 Questions of 1.5 marks each.*

10×1.5=15

1. सही उत्तर चुनिये :

Choose the correct answer :

(i) यदि एक फलन, परिमततः कई बिन्दुओं को छोड़कर एक परिबद्ध प्रांत के सभी बिंदुओं पर विश्लेषणात्मक है, तब इन

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

बिन्दुओं को कहा जाता है

(अ) एकल बिंदु (ब) सामान्य बिंदु

(स) सतत बिंदु (द) इनमें से कोई नहीं

If a function is analytic at all points of a bounded domain except finitely many points, then these points are called

(a) Singular points (b) Simple points

(c) Continuous points (d) None of these

(ii) यदि f(z) बहु-मूल्यित फलन है, तब f(z) =

(अ) z (ब) z^2

(स) z^3 (द) $z^{1/2}$

If f(z) is multi-valued function, then f(z) =

(a) z (b) z^2

(c) z^3 (d) $z^{1/2}$

(iii) निम्नलिखित में से किस फलन की निराकरणीय एकात्मकता है

(अ) $f(z) = e^{1/z}$ (ब) $f(z) = \frac{\cos(z)}{z}$

(स) $f(z) = \frac{\sin(z)}{z}$ (द) इनमें से कोई नहीं

Which of the following function has removable singularity

(a) $f(z) = e^{1/z}$ (b) $f(z) = \frac{\cos(z)}{z}$

(c) $f(z) = \frac{\sin(z)}{z}$ (d) None of these

http://www.onlinebu.com

(iv) फलन $f(z) = \frac{(z+2)}{z(z+1)}$ के अवशिष्ट हैं :

(अ) 1, 2 (ब) 2, –1

(स) 0, 2 (द) –1, 0

The residues of the function $f(z) = \frac{(z+2)}{z(z+1)}$ are

(a) 1, 2 (b) 2, –1

(c) 0, 2 (d) –1, 0

(v) शृंखला $\sum \left(\frac{1}{n^p}\right) z^p$ के लिए, अभिसारिता की त्रिज्या है

(अ) 1 (ब) 2

(स) 3 (द) ∞

For the series $\sum \left(\frac{1}{n^p}\right) z^p$, the radius of convergence is

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) ∞

(vi) फलन $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right)$ के शून्यों की संख्या है

(अ) 3 (ब) 4

(स) अपरिमित (द) इनमें से कोई नहीं

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Number of zeros of the function $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right)$ is

(a) 3 (b) 4

(c) infinite (d) none of these

(vii) फलन $f(z) = \bar{z} = (x - iy)$ है

(अ) सभी जगह विश्लेषणात्मक

(ब) केवल मूल बिंदु पर विश्लेषणात्मक

(स) z का एक विश्लेषणात्मक फलन नहीं हो सकता

(द) इनमें से कोई नहीं

The function $f(z) = \bar{z} = (x - iy)$ is

(a) Analytic every where

(b) Analytic at origin only

(c) Can not be an analytic function of z

(d) none of these http://www.onlinebu.com

(viii) रूपांतरण $w = \frac{az+b}{cz+d}$ को प्रसामान्यीकृत कहा जाता है यदि ad–bc बराबर हैं

(अ) 0 के (ब) 1 के

(स) 2 के (द) 3 के

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

The transformation $w = \frac{az+b}{cz+d}$ is said to be normalized if ad–bc is equal to

(a) 0 (b) 1

(c) 2 (d) 3

(ix) कौची के समाकल सूत्र द्वारा, $\int_C \frac{z^2 - z + 1}{z-1} dz$ का मूल्य, जहाँ C वृत्त $|z| = 1$ है

(अ) 0 (ब) 1

(स) 2π (द) $2\pi i$

By Cauchy's integral formula, the value of $\int_C \frac{z^2 - z + 1}{z-1} dz$, where C is the circle $|z| = 1$ is

(a) 0 (b) 1

(c) 2π (d) $2\pi i$

(x) निम्नलिखित में से कौन सा प्रमेय बीजगणित के मौलिक प्रमेय के सबूत की ओर ले जाता है

(अ) रोशे का प्रमेय (ब) लिओविले का प्रमेय

(स) कौची का प्रमेय (द) टेलर का प्रमेय

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Which of the following theorem leads to the proof of fundamental theorem of algebra

(a) Rouche's theorem (b) Liouville's theorem

(c) Cauchy's theorem (d) Taylor's theorem

खण्ड–ब

Section–B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Type Questions

नोट : *लघूत्तरीय प्रकार के 5 प्रश्न (5 अंक प्रत्येक) आंतरिक विकल्प सहित।* $5 \times 5 = 25$

Note : *Short answer type 5 questions of 5 marks each with Internal choice.* $5 \times 5 = 25$

2. कौची के समाकल सूत्र का उपयोग करते हुए, सिद्ध कीजिए कि

$$\int_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz = \frac{8\pi e^{-2}}{3} i \text{ जहाँ C वृत्त } |z| = 2 \text{ है}$$

Using Cauchy's integral formula, prove that

$$\int_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz = \frac{8\pi e^{-2}}{3} i \text{ where C is circle } |z| = 2$$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

अथवा/or

यदि γ खण्डवार सुचारू है और $f:[a,b] \to C$ सतत है तब सिद्ध कीजिए कि $\int_a^b f\,d\gamma = \int_a^b f(t)\,\gamma'(t)\,dt$

If γ is piecewise smooth and $f:[a,b] \to C$ is continuous then prove that $\int_a^b f\,d\gamma = \int_a^b f(t)\,\gamma'(t)\,dt$

3. कौची के अनुमान सूत्र को बताइए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove Cauchy's Estimate formula.

अथवा/or

बीजगणित के मौलिक सिद्धान्त को बताइए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove Fundamental theorem of algebra.

4. लौरेन्ट श्रृंखला को ज्ञात कीजिए जो क्षेत्र $2<|z|<3$ में फलन $\dfrac{z^2-1}{(z+2)(z+3)}$ को निरूपित करता है।

Find the Laurent's series which represent the function $\dfrac{z^2-1}{(z+2)(z+3)}$ in the region $2<|z|<3$.

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

अथवा/or

उदाहरण सहित पृथक्कृत, एकात्मकता, निराकरणीय एकात्मकता, आवश्यक एकात्मकता तथा ध्रुव को परिभाषित कीजिए।

Define isolated, singularity, removable singularity, essential singularity and pole with example.

5. $z=ai$ पर $\dfrac{1}{(z^2+a^2)^3}$ के अवशिष्ट को ज्ञात कीजिए।

http://www.onlinebu.com

Find the residue of $\dfrac{1}{(z^2+a^2)^3}$ at $z=ai$

अथवा/or

यदि $G \subset C$ खुला तथा संयोजित है तथा f; G पर $\log z$ की एक शाखा है, तब सिद्ध कीजिए कि $\log z$ की शाखाओं की समग्रता फलन $f(z)+2\pi ki, k \in z$ (पूर्णांक का समच्चय) हैं।

If $G \subset C$ is open and connected and f is a branch of $\log z$ on G, then prove that the totality of branches of $\log z$ are the functions $f(z)+2\pi ki, k \in z$ (set of integer).

6. यदि z_2, z_3, z_4 स्पष्ट बिन्दु हैं तथा T कोई द्विरेखीय रूपांतरण है तब दिखाइए कि किसी बिन्दु z_1 के लिए $(z_1, z_2, z_3, z_4) = (T_{z_1}, T_{z_2}, T_{z_3}, T_{z_4})$.

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

If z_2, z_3, z_4 are distinct points and T is any bilinear transformation then show that $(z_1, z_2, z_3, z_4) = (T_{z_1}, T_{z_2}, T_{z_3}, T_{z_4})$ for any point z_1.

अथवा/or

मान लें C_∞ में z_1, z_2, z_3, z_4 चार स्पष्ट बिन्दु हो। तब दिखाइए कि (z_1, z_2, z_3, z_4) वास्तविक संख्याएं हैं यदि तथा केवल यदि सभी चार बिन्दु वृत्त पर स्थित हैं।

Let z_1, z_2, z_3, z_4 be four distinct points in C_∞. Then show that (z_1, z_2, z_3, z_4) is a real number iff all four points lie on a circle.

खण्ड–स

Section–C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Type Questions

नोट : *दीर्घ उत्तरीय प्रकार के 5 प्रश्न (9 अंक प्रत्येक) आंतरिक विकल्प सहित।* $5 \times 9 = 45$

Note : *Long answer type 5 questions of 9 marks each with Internal choice.* $5 \times 9 = 45$

7. यदि $\gamma : [a, b] \to C$ खण्डवार सुचारू है तब γ परिबद्ध विभिन्नता का है तथा $V(\gamma) = \int_a^b |\gamma'(t)|\, dt$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

If $\gamma : [a, b] \to C$ is piecewise smooth then γ is of bounded variation and $V(\gamma) = \int_a^b |\gamma'(t)|\, dt$

अथवा/or

मान लें f(z) एक सामान्यतः संयोजित क्षेत्र D की सीमा C पर तथा अंदर विश्लेषणात्मक हो तथा मान लें a ; C के अंदर कोई बिन्दु हो। तब सभी क्रमों के अवकलज विश्लेषणात्मक होते हैं तथा

$f^n(a) = \frac{\lfloor n}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)\, dz}{(z-a)^{n+1}}$ द्वारा दिए गए हैं।

Let f(z) be analytic within and on the boundary C of a simply connected region D and let a be any point within C. Then derivatives of all orders are analytic and given by $f^n(a) = \frac{\lfloor n}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)\, dz}{(z-a)^{n+1}}$

8. यदि $\gamma : [0, 1] \to C$ एक बन्द शोधनीय वक्र है तथा $a \notin \{\gamma\}$ तब दिखाइए कि : $\frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{dz}{z-a}$ एक पूर्णांक है।

If $\gamma : [0, 1] \to C$ is a closed rectifiable curve and $a \notin \{\gamma\}$ then show that $\frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{dz}{z-a}$ is an integer.

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

अथवा/or

लौरेन्ट की शृंखला को बताइए तथा विकसित कीजिए।

State and develop the Laurent's series.

9. रोशे के प्रमेय को बताइए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove Rouche's theorem.

अथवा/or

व्युत्क्रम फलन प्रमेय को बताइए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove Inverse function theorem.

10. दिखाइए कि $a > 1$ के लिए

$$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{a + \cos\theta} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - 1}}$$

Show that for $a > 1$

$$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{a + \cos\theta} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - 1}}$$

अथवा/or

दिखाइए कि

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{-c}}{1+x} dx = \frac{\pi}{\sin \pi c} \text{ यदि } 0 < c < 1$$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Show that

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{-c}}{1+x} dx = \frac{\pi}{\sin \pi c} \quad \text{if } 0 < c < 1$$

11. दिखाइए कि प्रत्येक द्विरेखीय रूपांतरण वृत्तों को वृत्तों में प्रतिचित्रित करता है।

Show that every bilinear transformation maps circles into circles.

अथवा/or

यदि $f : G \to C$ विश्लेषणात्मक है तब दिखाइए कि f; G के प्रत्येक बिन्दु z_0 पर कोणों को संरक्षित करता है जहाँ $f'(z_0) \neq 0$.

If $f : G \to C$ is analytic then show that f preserves angles at each point z_0 of G where $f'(z_0) \neq 0$.

http://www.onlinebu.com

Whatsapp @ 9300930012
Your old paper & get 10/-
पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.onlinebu.com